

回归课本,简约至美

——对 2018 年全国高考数学理科 I 卷三角题的分析

■ 广东省江门市新会华侨中学 雷小华

繁华落尽, 还剩几世苍凉? 寻寻觅觅, 终将回归简约. 2018 年的全国高考数学已经结束, 在经历了多年的探寻摸索之后, 今年试题特点较往年显现更加回归课本, 着力于检测考生的思维能力与数学素养, 致力于显现课本本身内核所蕴含的简约之美! 这一特点在三角题中亦是如此. 本文仅对高考数学理科 I 卷的三角题作出分析, 仅供参考.

一、试题回顾

题号	内 容	所属章节			交汇内容	难度	分值
		三角函数	三角恒等变换	解三角形			
16	已知函数 $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$, 则 $f(x)$ 的最小值是_____.	√	√		导数或基本不等式	较难	5
17	在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $AB = 2$, $BD = 5$. (1) 求 $\cos \angle ADB$; (2) 若 $DC = 2\sqrt{2}$, 求 BC .			√		容易	12

二、试题分析

今年三角试题有两道, 试题立足课本基础知识, 计算难度, 有难有易, 1 小 1 大, 分值稳定在 17 分. 由于小题作为压轴题, 综合性强, 有一定难度. 解题情景都较熟悉, 试题尽

量避免与以往重复, 在向课本靠拢的同时又有创新.

(一) 填空题第 16 题

本题已知的函数 $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ 结构并不复杂, 着意避开以往常规的熟悉模式, 如 $f(x) = 2\sin x + \cos 2x$ 或 $f(x) = 2\sin x + \sin^2 x$ 等. 若考生平时套路练得又多又熟, 思考反易受以往固定模式的干扰.

「分析」

考生易知 $f(x)$ 是最小正周期为 2π 的周期函数, 故问题转化为仅考虑在上 $[0, 2\pi]$ 的最小值问题. 又知 $f(x)$ 为奇函数, 故问题又转化为仅考虑在 $[0, 2\pi]$ 上的最大值问题, 此时 $f(x)_{\min} = -f(x)_{\max}$. 又由 $\sin x$ 与 $\sin 2x$ 在 $[0, 2\pi]$ 内的符号法则及单调性可知, $f(x)$ 取得的最大值应在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内取得.

对试题的外围分析能整体把握解题动态与方向, 有利于敏捷高效作答.

「作答」

寻找突破口. 注意到 $f(x)$ 中 $\sin 2x = 2\sin x \cos x$, 发现 $f(x) = 2\sin x(1 + \cos x)$, 若后继解题功力不够, 会感觉前路迷雾重重, 无法前行. 接下来, 只有两种选择, 要么知难而上, 执着前行; 要么改道而行, 另求它法. 前者将检测出考生的意志品质与数学能力的等级, 后者同样能考查出考生灵活变通的思维品质与数学能力, 若能准确作答, 都是强者, 若不能继续作答, 则被淘汰.

过 O 作 $OH \perp SA$, 可知 $O_1O = HA = 1$, $OH = O_1A$, O_1A 是三角形 ABC 外接圆圆心, 设它的半径为 r , 计算得 $BC = \sqrt{7}$, $\frac{BC}{\sin 120^\circ} = 2r$, $r = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$, 所以 $OA^2 = R^2 = OO_1^2 + r^2 = 1^2 + (\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}})^2 = \frac{10}{3}$, 所以外接球的表面积 $S = 4\pi R^2 = 4\pi \times \frac{10}{3} = \frac{40\pi}{3}$, 故选 C.

小结: 过锥体的底面所在的小圆圆心作垂线, 球心就在此垂线上, 再通过计算可以求出半径.

变式练习:

5. 正四棱锥的顶点都在同一球面上, 若该棱锥的高为 4, 底面边长为 2, 则该球的表面积为 ()

A. $\frac{81\pi}{4}$ B. 16π C. 9π D. $\frac{27\pi}{4}$

6. 如图 18, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为矩形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $AD = 2\sqrt{2}$, $PA = PD = AB = 2$, 则四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球的表面积为 ()

A. 2π B. 4π C. 8π D. 12π

变式练习答案: 1. B; 2. D; 3. B; 4. $\frac{125\pi}{6}$; 5. A; 6. D

责任编辑 徐国坚